

述語論理式による記述の練習

対象領域は，人間の集合とする．

$S(x)$	\equiv	“ x は学生である”
$T(x)$	\equiv	“ x は教師である”
$L(x)$	\equiv	“ x は怠け者である”
$H(x)$	\equiv	“ x は幸福である”
$Q(x, y)$	\equiv	“ x は y を好きだ”

論理式	意味
$\forall xH(x)$	すべての人は幸福である．
	すべての人は怠け者である．
$\exists xL(x)$	怠け者の人がいる．ある人は怠け者だ．
$\exists xH(x)$	
$\neg\exists xL(x)$	怠け者の人はいない．
$\forall x\neg L(x)$	すべての人は怠け者でない．
	すべての人は不幸である．
$\neg\forall xH(x)$	すべての人が幸福，ということではない．
$\exists x\neg H(x)$	幸福でない人がいる．不幸な人がいる．
$\exists x\neg L(x)$	

論理式	意味
$\exists x(S(x) \wedge H(x))$	学生であり幸福な人がいる．幸福な学生がいる．
$\exists x(L(x) \wedge \neg H(x))$	怠け者であり不幸な人がいる．不幸な怠け者がいる．
$\forall x(S(x) \supset H(x))$	すべての人は，その人が学生ならば幸福である．すべての学生は幸福である．
	すべての教師は怠け者である．
$\forall x(L(x) \supset \neg H(x))$	
$\neg\exists x(S(x) \wedge H(x))$	幸福な学生はいない．
$\forall x(S(x) \supset \neg H(x))$	すべての学生は幸福でない．どんな学生も不幸である．
$\neg\forall x(S(x) \supset H(x))$	すべての学生が幸福，ということではない．学生がすべて幸福であるとは限らない．
$\exists x(S(x) \wedge \neg H(x))$	学生で幸福でない人がいる．不幸な学生がいる．
$\neg\exists x(T(x) \wedge L(x))$	
	すべての教師は怠け者でない．
	教師がすべて怠け者であるとは限らない．

論理式	意味
$\forall x(S(x) \supset (H(x) \wedge L(x)))$	すべての学生は、幸福かつ怠け者である。
$\forall x((T(x) \wedge L(x)) \supset H(x))$	すべての人は、その人が教師であり怠け者ならば、幸福である。すべての怠け者の教師は幸福である。
$\forall x(T(x) \supset (L(x) \supset H(x)))$	すべての人は、その人が教師のとき、その人が怠け者ならば幸福である。すべての怠け者の教師は幸福である。

論理式	意味
$\forall x\forall yQ(x, y)$	すべての人は、すべての人を好きだ。人類みな愛しあっている。
$\exists x\exists yQ(x, y)$	ある人は、ある人を好きだ。誰かが誰かを好きだ。
$\exists x\forall yQ(x, y)$	ある人は、すべての人を好きだ。マリア様みたいな人。
$\forall x\exists yQ(x, y)$	すべての人は、ある人を好きだ。誰にでも好きな人がいる。
$\forall y(T(y) \supset Q(x, y))$	x は、すべての教師を好きだ。
$\forall x\forall y(T(y) \supset Q(x, y))$	
	すべての学生は、すべての教師を好きだ。
	ある学生は、すべての教師を好きだ。すべての教師を好きな学生がいる。
$\exists y(T(y) \wedge Q(x, y))$	x は、ある教師を好きだ。 x には好きな教師がいる。
	すべての学生は、ある教師を好きだ。どんな学生にも好きな教師がいる。
$\exists x(S(x) \wedge \exists y(T(y) \wedge Q(x, y)))$	
$T(y) \wedge \forall x(S(x) \supset Q(x, y))$	y は、全学生から好かれている教師である。
	全学生から好かれている教師は幸福である。
$\forall y(T(y) \supset ((\forall x(S(x) \supset Q(x, y))) \supset H(y)))$	
	怠け者は幸福な人が好きではない。
$\forall y((H(y) \wedge S(y)) \supset \neg Q(x, y))$	x は、
	怠け者の学生は幸福な学生が好きではない。
$\forall x((L(x) \wedge S(x)) \supset \forall y((L(y) \wedge T(y)) \supset Q(x, y)))$	
$\exists x(L(x) \wedge S(x) \wedge \forall y((L(y) \wedge T(y)) \supset Q(x, y)))$	
	x は、ある怠け者の教師が好きだ。 x には、好きな怠け者の教師がいる。
	好きな怠け者の教師がいる学生は、みな怠け者である。